

Corso di laurea in Biotecnologie
Prova scritta di Matematica – 15 marzo 2004

Esercizio 1 *Studiare la funzione*

$$f(x) = \frac{1}{[(x-1)(x-2)]^2}.$$

Esercizio 2 *Risolvere il seguente integrale indefinito*

$$\int \frac{\sin(\log(x^2))}{x^2} dx.$$

Esercizio 3 [Solo A.A. 2003-2004.] *Siano date le funzioni*

$$f(x) = \log(1+x^2), \quad g(t) = \log(t) + e^t.$$

Scrivere esplicitamente la funzione composta

$$F(x) = g(f(x))$$

e calcolare la sua funzione derivata $F'(x)$.

Esercizio 4 [Solo A.A. 2003-2004.] *Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y'(x) = -\frac{1}{3} e^{x-y} (e^{2y} - 3e^y + 2).$$

Esercizio 5 [A.A. 2001-2002 e 2002-2003.] *Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y'(x) = \left(\frac{y(x)}{x} \right)^2 - \frac{y(x)}{x}.$$

Esercizio 6 [Solo A.A. 2002-2003.] *Trovare la famiglia delle soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y''(x) + y(x) = x^2.$$

Esercizio 7 [Solo A.A. 2001-2002.] *Dato il numero complesso*

$$z = (\sqrt{3} - i)^4,$$

calcolare

$$z^{-1}.$$