

**Corso di laurea in Biotecnologie**  
**Prova scritta di Matematica – 1 aprile 2004**

**Esercizio 1** *Studiare la funzione*

$$f(x) = \ln \left( \frac{x+1}{x-2} \right).$$

**Esercizio 2** *Risolvere il seguente integrale indefinito*

$$\int \frac{\sin(x)}{\sin(3x)} \cos x \, dx.$$

[Suggerimento: esprimere la funzione  $\sin(3x)$  in termini di  $\sin x$ .]

**Esercizio 3** [Solo A.A. 2003-2004.] *Verificare, usando la definizione, che*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2 - 2x + 1} = +\infty.$$

**Esercizio 4** [Solo A.A. 2003-2004.] *Trovare le soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y'(x) = \frac{y(x) \ln(\ln x) \cdot \ln x}{x (\ln y(x))^2}.$$

**Esercizio 5** [A.A. 2001-2002 e 2002-2003.] *Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y'(x) = \frac{-2}{x \ln x} y(x) + 1.$$

**Esercizio 6** [Solo A.A. 2002-2003.] *Trovare la famiglia delle soluzioni dell'equazione differenziale*

$$y''(x) - y'(x) = 2 + e^x.$$

**Esercizio 7** [Solo A.A. 2001-2002.] *Stabilire quante soluzioni ha il sistema lineare*

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z + w = 1 \\ z + w + x = 1 \\ w + x + y = 1 \end{cases}$$