

CdL in BIOLOGIA

Matematica (corso B)

Esercizi sui limiti notevoli

Verificare che i valori dei limiti riportati sotto sono corretti. Utilizzare, se necessario, solamente i limiti notevoli ed il metodo di sostituzione¹.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{x^2+1} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x^2+1} = 2$;
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log_a(x)}{x-1} = \frac{1}{\ln a}$ con $a \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log_3(3-x)}{x^2-4} = -\frac{1}{4 \ln 3}$;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1-x)}{x} = -1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(x-x^2) - \log x}{x} = -\frac{1}{\ln 10}$;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+\sqrt{x})}{x} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\log(1+\sqrt{-x})}{x} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x)}{\sqrt{x}} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[9]{x} \log^9(x^2) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[9]{x}}{\log^9(x^2)} = +\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{1/x} - 1) = +\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}} = +\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x \sqrt[3]{x^7+2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x \sqrt[3]{x^7+2} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \ln |x| \right) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\ln x - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = -\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\frac{1}{x} - \ln x} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{\frac{1}{x} - \ln x} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2e^x + e^{2x}}{e^x + x^2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2e^x + e^{2x}}{e^x + x^2} = -\infty$;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2e^x + e^{2x}}{e^x + x^2} = -1$;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x^3} - 1}{x \ln(1+2x^2)} = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{4x^3} - 1}{x \ln(1+2x^2)} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{4x^3} - 1}{x \ln(1+2x^2)} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{1/x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x} = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)^x = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} \right)^x = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)^x = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3} \right)^x = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3} \right)^{x^2} = e^{-2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+3} \right)^{x^3} = 0$;
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2-e^x)}{x} = -1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2e^x-1)}{x} = 2$.

¹Notazione: $\log x$, $x > 0$, indica il logaritmo in base 10 di x , $\ln x$ quello in base e .