

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

27 giugno 2012

1. Determinare massimi e minimi assoluti della funzione

$$f(x, y) = \ln(2 - x^2 - y^2) - xy$$

sull'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Sia $g \in C^2(\mathbb{R})$ tale che $g(0) = g'(0) = 0$ e $g''(0) = 2$. Provare che l'equazione

$$x^7 + x^5 + g(y) = -2$$

definisce in un intorno del punto $(-1, 0)$ una funzione $x = h(y)$ che ha un massimo locale in $y = 0$.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4 \frac{y}{x} - \left(\frac{y}{x}\right)^2 - 2 \\ y(2) = 3 \end{cases}$$

e verificare che è definita su $(0, +\infty)$.

4. Sia Σ la superficie regolare determinata dalla porzione del grafico della funzione $g : D \rightarrow \mathbb{R}$, dove

$$g(x, y) = (xy)^2 \quad \text{e} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x|^3 + |y|^3 \leq 1\}.$$

Calcolare il flusso del rotore del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (z, x^3, -y)$$

attraverso Σ orientata in modo che il versore normale abbia terza componente positiva.