CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

23 gennaio 2012

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{x = 0\} \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = \frac{\cos(x(y+x)) - \cos x}{x}.$$

Determinare i punti di accumulazione del dominio in cui f può essere estesa con continuità. Detta F l'estensione, studiarne la differenziabilità.

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \tan\left(\frac{1}{n!}\right) (\arctan x)^{n!}.$$

Inoltre, detta S la somma, provare che S è di classe C^2 in un intorno dell'origine e determinarne lo sviluppo di Taylor al secondo ordine in tale punto.

3. Calcolare il flusso uscente dall'insieme

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \ y^2 + z^2 - x^2 \leq 2\}$$

del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (xz^2 + 3y, 2yz^2 + 2xz, 3z^3 + xy).$$

4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y - \pi = xy' + e^{y'+2}.$$