# CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

*Prova parziale*

16 gennaio 2012

**1.** Determinare il volume e la coordinata $z$ del centro di massa del solido
$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, \; (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 8\},$$
supponendo che la densità sia costante ed uguale a 1.

**2.** Provare che il bordo dell'insieme
$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \, x^2 + y^2 \geq 16, \; (\sqrt{x^2 + y^2} - 4)^2 + z^2 \leq 1\}$$
è sostegno di una superficie regolare a tratti. Calcolarne l'area.

**3.** Sia $\omega : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}^*$ la forma differenziale
$$\omega(x, y) = \frac{3x^2y^3 + x^5}{x^6 + y^6} \, dx + \frac{y^5 - 3x^3y^2}{x^6 + y^6} \, dy.$$
Calcolare
$$\int_\gamma \omega$$
dove $\gamma$ è una curva semplice chiusa che parametrizza e orienta positivamente $\partial D$, con
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \, |x|^{5/2} + |y|^{5/2} \leq 1\}.$$