

**CdL in FISICA**  
**ANALISI MATEMATICA 2**

a.a. 2011/2012

Prova scritta, 13 febbraio 2012

- 1.** Determinare massimo e minimo assoluto di

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x^2+y^2)}$$

sull'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y^2 - x^2 \leq \frac{1}{4} \right\}.$$

- 2.** Determinare tutte le funzioni  $g \in C^1(\mathbf{R}^3)$  per cui la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (x + z)dx + g(x, y, z)dy + (x + z)dz$$

risulta esatta e trovarne le primitive.

- 3.** Provare che l'applicazione  $\Phi : (0, +\infty) \times \mathbf{R} \rightarrow (0, +\infty) \times \mathbf{R}$  data da

$$\Phi(x, y) = (x, y - \ln x),$$

determina un sistema di coordinate su  $(0, +\infty) \times \mathbf{R}$  in sé. Mediante  $\Phi$  calcolare

$$\iint_D x e^{x+y} (y - \ln x) dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in (0, +\infty) \times \mathbf{R} : x \in [1, 4], \ln x \leq y \leq \ln(4x)\}.$$

- 4.** Calcolare il flusso del rotore del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (zy, x, x + y)$$

attraverso la superficie  $\Sigma$  sostegno della porzione del grafico di  $z = (xy)^3$  che si proietta su  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $z = 0$ , orientata in modo che la terza componente del vettore normale sia positiva.