CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova parziale

5 dicembre 2011

1. Determinare gli $\alpha > 0$ per cui la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(x,y) : x = 0\} \to \mathbf{R}$ data da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1 + x^2 + x^\alpha |y|)}{x} & x > 0 \\ x + |y| & x < 0 \end{cases}$$

può essere estesa in modo continuo nei punti di accumulazione del suo dominio.

Per questi valori studiare la differenziabilità della funzione estesa in tali punti.

2. Determinare lo spazio delle soluzioni dell'equazione differenziale ordinaria

$$x^2 y'' + xy' - y = \sqrt{x}\ln x + x.$$

3. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ data da

$$f_n(x) = \big(1 + (x-n)^2\big)^2 \left(\cos^2\left(\frac{1}{1 + (x-n)^2}\right) - 1\right).$$