CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

28 giugno 2010

1. Determinare i valori del parametro $\alpha \in (0, +\infty)$ per cui la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f(x, y) = \frac{|x|^\alpha y}{x^2 + y^2 + |x|}$$

può essere estesa con continuità su tutto $\mathbf{R}^2$.

Quindi, studiare la differenziabilità nell'origine di tale estensione.

2. Determinare tutte le funzioni $f \in C^1(\mathbf{R})$ che rendono esatta la forma differenziale lineare

$$\omega(x, y) = e^x \ln^2 |y| dx + \frac{f(x) \ln |y|}{y} dy$$

sul suo dominio. In tali casi, determinarne tutte le primitive.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{3x - 2y + 1}{2y - x + 1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

4. Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{x^2 + y^2 + z^2}$$

uscite dal bordo della regione

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1, x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} \leq 4 \right\}.$$