

Altra soluzione: poiché  $t \xrightarrow{\varphi} t e^{t^2}$  è  $\mathcal{C}^1$  su  $(0, +\infty)$  è invertibile, i.e.  $t = \varphi^{-1}(y)$ , quindi se  $\chi(t) = t^2 e^{t^2}$ , si deduce che  $X = \chi(\varphi^{-1}(y))$ .

Da cui:

$$\text{Area}(E_n) = \text{Area}(\text{rettangolo della fun.} \\ \text{Area } \chi \circ \varphi^{-1} \text{ su } [0, n e^{n^2}]) \}$$

$$= \int_0^{\varphi(n)} \chi(\varphi^{-1}(y)) dy = \int_0^{t=\varphi^{-1}(y)} \chi(t) \dot{\varphi}(t) dt$$

$$= \int_0^n \chi(t) \dot{\varphi}(t) dt$$

cioè si riottiene di nuovo la formula di Gauss - Green.