

# ESERCIZIO 1:

①

Sia

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \overbrace{(x^2+y^2)^2 - 4x^2}^{F(x,y)} \leq 0\}$$

poiché:

$$\begin{aligned}(x^2+y^2)^2 - 4x^2 &= (x^2+y^2-2x)(x^2+y^2+2x) \\ &= ((x-1)^2+y^2-1)((x+1)^2+y^2-1)\end{aligned}$$

$E$  è la zona di piano data dall'unione dei cer.

chi

$$(x+1)^2+y^2 \leq 1$$

$$(x-1)^2+y^2 \leq 1$$

La funzione  $f(x,y) = (x^2+y^4-1)^2-2$  è di classe  $C^\infty(\mathbb{R}^2)$ , per il Tlm di Weierstrass ammette massimo e minimo sull'insieme compatto  $E$ .

Si noti che  $f(x,y) \geq -2$ , e che se  $(x,y)$  t.c.

$x^2+y^4=1$  allora  $f(x,y) = -2$ .

Se  $E' = E \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^4=1\}$ , allora  $E'$  è luogo di punti di minimo assoluto.

