

che inserito nell'equazione del vincolo da ④

$$x^2 + \frac{|x|}{2(|x|-1)} = 2|x| \Leftrightarrow |x| + \frac{1}{2(|x|-1)} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2|x| + 1 = 4|x| - 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 6|x| + 5 = 0$$

Questa equazione non ha soluzioni.

Quindi poiché:  $f(0,0) = -1$ ,  $f(\pm 2, 0) = 7$

il massimo assoluto è assunto in  $(\pm 2, 0)$ .

Si noti che  $(0,0)$  è massimo relativo, dato che  $f$  ha max/min su  $\{x^2+y^2 \leq 1\}$ , sul bordo  $f=2$  ed è  $\geq 2$  sull'insieme. Poiché l'unico altro punto critico è  $(0,0)$  esso è max relativo.

Altra soluzione: sia  $\varphi(t) = (t-1)^2 - 2$ , allora

$f(x,y) = \varphi(x^2+y^2)$ . Inoltre,  $(x,y) \in E \Rightarrow 0 \leq x^2+y^2 \leq 4$

Si vede facilmente che  $\varphi$   $\nearrow$  su  $[1,4]$  e  $\searrow$  su  $[0,1]$ .

Da cui:  $\varphi(1) \leq \varphi(t) \leq \varphi(0) \vee \varphi(4) = \varphi(4) \quad \forall t \in [0,4]$

I punti di  $E \cap \{x^2+y^2=1\} = E'$  sono minimi,

i punti di  $E \cap \{x^2+y^2=4\} = E''$  sono massimi.

Infine:

$$\begin{cases} x^2+y^2=2|x| \\ x^2+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-y^2=4-2|x| \\ x^2+y^2=4 \end{cases} \Rightarrow y^2=4-x^2 \Rightarrow |x| \leq 2$$

da cui:  $y^2-y^2=4-2|x| \geq 0 \Rightarrow y^2 \geq 1 \vee y=0$ .

Ma:  $y=0 \Rightarrow |x|=2 \Rightarrow (\pm 2, 0) \in E''$ .

$y^2 \geq 1 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow$  non ci sono altri punti in  $E'$   
 $\uparrow$   
 $x^2+y^2=2|x|$