

(3)

Se $y=0$: la seconda equazione è soddisfatta
e $(x,0) \in \partial E \setminus \{(0,0)\} \Leftrightarrow |x|=2$.

2 punti $(\pm 2, 0)$ sono soluzioni del sistema.

Se $y \neq 0$: il sistema si riscrive come

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = \lambda (x^2 + y^2 - 2) \\ 2y^2(x^2 + y^2 - 1) = \lambda (x^2 + y^2) \\ x^2 + y^2 = 2|x| \quad x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 2\lambda (|x| - 1) \\ 2y^2(x^2 + y^2 - 1) = 2\lambda |x| \\ x^2 + y^2 = 2|x| \quad x \neq 0 \end{cases}$$

dato che se $(x, y) \in \partial E \setminus \{(0,0)\}$ e $y \neq 0$ allora $x \neq 0$.

Moltiplicando la prima equazione per $(-2y^2)$ e sommandola la seconda si ottiene

$$\begin{cases} 0 = 2\lambda (|x| - 2y^2(|x| - 1)) \\ 2y^2(x^2 + y^2 - 1) = 2\lambda |x| \\ x^2 + y^2 = 2|x| \quad x \neq 0 \end{cases}$$

Se $\lambda=0$: il sistema ha soluzioni date dai punti di $E' \cap \partial E \setminus \{(0,0)\}$ e da $(\pm 2, 0)$ (già trovate e da escludere in questo caso perché $y \neq 0$).

Se $\lambda \neq 0$: il sistema si riscrive come

$$\begin{cases} |x| = 2y^2 (|x| - 1) \\ 2y^2(x^2 + y^2 - 1) = 2\lambda |x| \\ x^2 + y^2 = 2|x| \quad x \neq 0 \end{cases}$$

Dalla prima si ottiene che $|x| > 1$, se non $y^2 \leq 0$,
e per $|x| > 1$ la prima dà: $y^2 = |x|/2 (|x| - 1)$