

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

22 febbraio 2010

1. Determinare massimi e minimi assoluti della funzione

$$f(x, y) = \frac{2x^2y}{x^2 + y^2}$$

nel rettangolo $[1, 3] \times [-1, 2]$.

2. Dimostrare che l'equazione

$$\arctan\left(\frac{(x+y)^2}{2}\right) - \frac{y}{2} = 0$$

determina una funzione implicita di classe C^4 in un intorno del punto $(0, 0)$.
Quindi, determinarne il polinomio di Taylor di grado 4 centrato nell'origine.

3. Trovare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + \frac{2}{x}y' + y = 0,$$

sapendo che la funzione $\cos x/x$ è una soluzione.

Inoltre, determinarne le soluzioni estendibili ad una funzione di classe $C^2(\mathbf{R})$.

4. Sia D il cono di vertice il punto $(4, 0, 0)$ e direttrice la curva semplice con sostegno il bordo dell'insieme

$$\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x = 0, 0 \leq z \leq 9 - (y^2 - 1)^2\}.$$

Calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y^2, y + e^z, z + x^3)$ entrante dalla porzione di D limitata dai piani $x = 0, x = 5$.