CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

19 luglio 2010

1. Verificare che per ogni $\alpha \in (0, +\infty)$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|xy|^\alpha}{x^2 + y^2} \sin(xy) & x \neq 0 \\ \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

risulta continua su tutto $\mathbf{R}^2$. Quindi, studiarne la differenziabilità nell'origine.

2. Determinare i sottoinsiemi di $(0, +\infty)$ di convergenza uniforme e/o totale per la serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n \int_n^{n+1} \frac{1}{\sqrt{t}} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{xt}}\right) dt$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y| + \sqrt{|x|} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(Suggerimento: provare che il problema ha unica soluzione locale e che tale funzione è dispari e strettamente crescente.)

4. Sia Σ la superficie regolare di supporto la porzione del grafico della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ sull'insieme $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$.

Determinare la massa della lamina sottile descritta da Σ sapendo che la densità superficiale è $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$.