

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

6 settembre 2010

1. Determinare gli $\alpha > 0$ per cui la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f(x, y) = \frac{\sin(\pi \cos(xy))}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

può essere estesa in modo continuo nell'origine.

Per questi valori studiare la differenziabilità della funzione estesa in tale punto.

2. Sia y_n la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} -y' + 2y = x^n y^2 \\ y(0) = (-1)^n 2^{-(n+1)}. \end{cases}$$

Provare che ogni y_n è definita su $(-\infty, 1/2)$.

Quindi, determinare gli insiemi di convergenza puntuale e uniforme della successione $(y_n)_{n \in \mathbf{N}}$.

3. Determinare i punti di massimo e minimo assoluti per la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)xy$$

sull'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 - 1 \leq y\}$.

4. Provare che l'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, 0 \leq z \leq 3\}$$

è sostegno di una superficie regolare con bordo Σ .

Quindi, calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{x + zy}{x^2 + y^2 + z^4} dx + \frac{zx + y}{x^2 + y^2 + z^4} dy + \frac{2z^3}{x^2 + y^2 + z^4} dz$$

lungo il bordo di Σ percorso in senso antiorario come visto da un osservatore posto nell'origine.