CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

5 febbraio 2010

1. Provare che la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ xy = 0\} \to \mathbf{R}$ data da

$$f(x,y) = \frac{y \sin(xy)}{e^{xy} - 1}$$

è estendibile con continuità a tutto $\mathbf{R}^2$. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

2. Studiare la convergenza totale, uniforme e puntuale della serie

$$\sum_{n \geq 1} \left(\left(1 + 2^{x^{2n+1}} \right)^n - 1 \right).$$

3. Determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(y + y^4) \\ y(0) = y_0, \quad y_0 \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

4. Calcolare la circuitazione del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x^2, y^2, (x^2 + y^2)(z+1))$$

lungo la curva semplice il cui sostegno è dato da

$$\begin{cases} z = xy \\ x^2 + y^2 = 1, \end{cases}$$

ed orientata in modo che la sua proiezione sul piano $z = 0$ lo sia in senso antiorario.