CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2

Prova scritta

1 aprile 2010

1. Provare che la funzione $f : \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 :\, x \neq y\} \to \mathbf{R}$ data da
$$f(x) = \frac{e^x - e^y}{x - y}$$
può essere estesa con continuità su tutto $\mathbf{R}^2$.

Quindi studiare la differenziabilità nell'origine di tale estensione.

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni
$$\sum_{n \geq 1} \frac{(n+1)^n - n^n}{n!}\, x^{(n^n)}.$$

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale
$$y''' + y'' - y' - y = 42 \sin x \cos x.$$

4. Dimostrare che l'applicazione $\Phi : (0,+\infty) \times (0,1) \to (0,+\infty)^2$ data da
$$\Phi(u,v) = (u(1-v), uv)$$
è un cambiamento ammissibile di cordinate.

Quindi, mediante Φ (*e solo mediante* Φ*!*) calcolare
$$\iint_A \frac{y^2}{x+y}\, dx\, dy$$
dove $A = \{(x,y) \in (0,+\infty)^2 :\, 1 \leq x + y \leq 2\}$.