

## Prova scritta di Analisi Matematica 2a

C.d.L. in Fisica – Prof. G. Villari

A.A. 2007/2008 - 29 settembre 2008

**Esercizio 1.** Studiare al variare di  $\alpha \geq 0$  continuità, derivabilità e differenziabilità in  $(0, 0)$  della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2|y|^\alpha)}{(x^2+y^2)^{3/2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \left( -\frac{2xy}{9x^4 + y^2} + 1 \right) dx + \frac{x^2}{9x^4 + y^2} dy.$$

Determinare se  $\omega$  è esatta in

$$\Omega := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 0\}.$$

Se sì, determinarne una primitiva in  $\Omega$ .

**Esercizio 3.** Calcolare il volume di

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{9} + z^2 \leq 1, y \geq 2\sqrt{x^2 + z^2}\}.$$

**Esercizio 4.** Siano  $F(x, y, z) = (y, xy^2, 0)$  e

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x^2 + y^2)^2 < z < \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Verificare il teorema della divergenza.