

Quindi, G è costante su tutta la circonferenza, \odot
retta centrata in $(0,0)$, quindi $\exists g \in C^1(\mathbb{R} \setminus \{0\})$
t.c.

$$G(x,y) = g(\sqrt{x^2+y^2}).$$

Da ciò segue

$$G_x(x,y) = g'(\sqrt{x^2+y^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$G_y(x,y) = g'(\sqrt{x^2+y^2}) \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

ed essendo $\nabla G = \vec{0}$ si ottiene $g'(x) = 0$.