CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

27 marzo 2008

1. Provare che la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x-y}{1+\ln^2|x-y|} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$$

risulta di classe $C^1(\mathbf{R}^2)$.

2. Siano $f \in C^0(\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\})$ ed $\mathbf{F} : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$ il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = f(x,y)\frac{(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

Provare che

$$\mathbf{F} \text{ è conservativo} \Leftrightarrow f(x,y) = \varphi(\sqrt{x^2+y^2}), \text{ con } \varphi \in C^0(\mathbf{R} \setminus \{0\}).$$

3. Sia E la regione di spazio ottenuta facendo ruotare la lamina piana

$$\Sigma = \{(x,y,z) :\ y = 0,\ 1 \leq x \leq 3,\ z^2 \leq (x^2 - 4x + 3)^2\}$$

attorno l'asse z. Supponendo la densità di Σ uguale a 1, calcolare il volume e le coordinate del baricentro di E.

4. Verificare che il bordo dell'insieme

$$E = \{(x,y,z) :\ x^2 + y^2 \leq z \leq 4 - 2(x+y)\}$$

è sostegno di una superficie regolare a tratti. Quindi, calcolare il valore del flusso del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x + y^3, z^2 - y, x^2 y)$$

uscente da ∂E, ed il valore relativo alla porzione di ∂E che sta sul paraboloide $z = x^2 + y^2$.