CdL in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

a.a. 2008/2009

Prova scritta, 23 dicembre 2009

1. Sia f la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} y \frac{\ln(1+x^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & x > 0 \\ x^2 & x \leq 0. \end{cases}$$

Provare che f è continua su tutto $\mathbb{R}^2$, quindi discuterne la differenziabilità.

2. Calcolare l'area della regione di piano E_r limitata dagli assi $x = 0$, $y = re^x$ con $r > 0$, e dalla curva

$$[0, +\infty) \ni t \mapsto (te^{-t}, te^t).$$

Quindi, calcolare il limite di $\text{Area}(E_r)$ per $r \uparrow +\infty$.

3. Calcolare il valore del seguente integrale doppio

$$\iint_T \frac{(x-y)(2x-4y)}{1+(2x-4y)^4} dx dy,$$

dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(2, 0)$ e $(4, 2)$.

4. Provare che il bordo dell'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq y \leq 4 - x\}$$

è il supporto di una superficie semplice regolare a tratti. Quindi, calcolare il flusso uscente da D del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (xyz, \ln(1+x^4+z^4), xyz).$$