CdL in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

a.a. 2008/2009

Prova scritta, 21 settembre 2009

1. Sia f la funzione

$$f(x, y) = \min\{y - x^2, 3x^2 - y\}$$

Provare che f è continua su tutto $\mathbf{R}^2$, quindi discuterne la differenziabilità.

2. Determinare i valori $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{x^\alpha(2x^2 + 4y^2 - 6xy)}{(x^2 + y^2 - 2xy)^2} dx + \frac{2x^5 - 2yx^4}{(x^2 + y^2 - 2xy)^2} dy,$$

risulta esatta sul suo dominio. Per tali valori determinarne tutte le primitive.

3. Sia

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 - 4x + y^2 \leq 0, x^2 - 4y + y^2 \leq 0, -1 \leq z \leq 2\}.$$

Calcolare il volume di D e l'area di ∂D .

4. Provare che il bordo dell'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

è il supporto di una superficie semplice regolare a tratti. Quindi, calcolare il flusso uscente da D del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3 + e^y + e^z, e^x + y^3 + e^z, xy + z).$$