CdL in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

a.a. 2007/2008

Prova scritta, 20 aprile 2009

1. Sia $f : \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\} \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$ la funzione

$$f(x,y) = \int_{x^2+y^2}^{1/2} \frac{1}{|\ln t|^3} dt.$$

Provare che f ammette un'estensione di classe C^1 in $(0,0)$.

2. Trovare gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui la forma

$$\omega(x,y) = \left(\ln|y| - \left(\frac{y}{x}\right)^\alpha\right) dx + \left(\left(\frac{x}{y}\right)^\alpha - \ln|x|\right) dy$$

risulta esatta sul suo dominio. Per tali valori determinarne la famiglia delle primitive.

3. Determinare l'area della porzione del piano $z = \sqrt{3}y$ interna all'ellissoide

$$\left\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq 1\right\}.$$

4. Data la piramide P di vertice $V = (0,0,2)$ e base il quadrato di vertici $(\pm 2, 0, 0)$, $(0, \pm 2, 0)$ si calcoli il flusso uscente da P del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (-x\ln(x+3), y\ln(x+3), x^4 + y^3 + z^2).$$