

CdL in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2A

a.a. 2008/2009

Prova scritta, 19 luglio 2010

1. Verificare che per ogni $\alpha \in (0, +\infty)$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|xy|^\alpha}{x^2 + y^2} \sin(xy) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

risulta continua su tutto $\mathbf{R}^2$. Quindi, studiarne la differenziabilità nell'origine.

2. Provare che la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{3(xz)^2}{x^3 + y^3} dx + \frac{3(yz)^2}{x^3 + y^3} dy + \left(2z \ln |x^3 + y^3| + \frac{1}{z} \right) dz.$$

risulta esatta sul suo dominio. Determinarne tutte le primitive.

3. Sia Σ la superficie regolare di supporto la porzione del grafico della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2$ sull'insieme $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 25\}$.

Determinare la massa della lamina sottile descritta da Σ sapendo che la densità superficiale è $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2$.

4. Si consideri il cilindro che ha per direttrice la curva

$$(x^2 + y^2)^3 - 2x^2y^2 = 0$$

e generatrici le parallele alla retta $x = y = z$.

Si calcoli il volume della porzione compresa fra i piani $z = -1$ e $z = 2$.