CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

15 settembre 2008

1. Trovare i valori di $k \in \mathbf{N}$ per cui la funzione $f : \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : xy \neq 0\} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{\cos(x^k y) - 1}{x^3 y^2}$$

può essere estesa con continuità su tutto $\mathbf{R}^2$. Studiare quindi la differenziabilità dell'estensione continua.

2. Provare che la forma differenziale

$$\omega(x, y) = \frac{y}{x^2 + (x + y)^2}\, dx - \frac{x}{x^2 + (x + y)^2}\, dy$$

non é esatta sul suo dominio. Quindi, calcolare

$$\int_\gamma \omega$$

dove $\gamma : [-2\pi, 2\pi] \to \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ é definita da $\gamma(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$.

3. Calcolare il volume del solido

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 4(x^2 + y^2) + z^2 \leq 4,\ x^2 + y^2 + \leq z^2\}$$

di densità costante uguale a 1.

4. Calcolare il flusso del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y^2, z^4)$ attraverso il bordo dell'insieme

$$D = \Big\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : |x| + |y| + |z| \leq 4\Big\}$$

orientato nel verso della normale esterna.