CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

12 gennaio 2009

Coloro che sostengono lo scritto di Analisi 2A e 2B svolgano gli esercizi 2 e 4.

1. Provare che la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \, xy = 0\} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \frac{1}{xy} \exp\Big(-\ln^2|xy|\Big).$$

può essere estesa con continuità su tutto $\mathbf{R}^2$. Studiare quindi la differenziabilità dell'estensione continua.

2. Determinare i valori del parametro $t \in \mathbf{R}$ per i quali la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \frac{t + (1-t)x}{x + e^{-y}} dx + \frac{tx + 1 - t}{x + e^{-y}} dy$$

risulta esatta sul suo dominio, trovarne le primitive.

3. Sia

$$D = \{(x,y,z) : \, x^2 + z^2 \le 1, \, y \in [-1,2], \, x \ge 0\},$$

si calcoli

$$\int_D \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + z^2}} dxdydz.$$

4. Sia

$$\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : \, x^2 + y^2 \le 1, z = x^2 + y^2 + 1\}.$$

Calcolare il flusso rotore del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (z + e^x, xy^2 + y^3, x + e^z)$ attraverso Σ, orientata secondo la direzione positiva dell'asse z.