CdL in FISICA ANALISI MATEMATICA 2A

a.a. 2008/2009

Prova scritta, 6 settembre 2010

1. Determinare gli $\alpha > 0$ per cui la funzione $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ data da

$$f(x, y) = \frac{\sin(\pi \cos(xy))}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

può essere estesa in modo continuo nell'origine.

Per questi valori studiare la differenziabilità della funzione estesa in tale punto.

4. Provare che l'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, 0 \leq z \leq 3\}$$

è sostegno di una superficie regolare con bordo Σ .

Quindi, calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = \frac{x + zy}{x^2 + y^2 + z^4} dx + \frac{zx + y}{x^2 + y^2 + z^4} dy + \frac{2z^3}{x^2 + y^2 + z^4} dz$$

lungo il bordo di Σ percorso in senso antiorario come visto da un osservatore posto nell'origine.

3. Sia E la regione del piano $x = 0$ limitata dagli assi $z = 0$, $y = 2e^2$ dalla curva

$$[0, +\infty) \ni t \rightarrow (0, te^t, te^{-t}).$$

Calcolare il volume dei solidi E_z , E_y ottenuti ruotando E rispettivamente attorno agli assi z e y .

4. Sia Σ la porzione della superficie cartesiana definita dalle condizioni

$$z = \ln \left(e + 1 - x^2 - \frac{y^2}{4} \right), \quad z \geq 1$$

e orientata in modo che il versore normale abbia proiezione positiva sull'asse z .

Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(y^3 e^z - x, e^{x+z^3}, z \right).$$

attraverso Σ .