

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Scritta

26 giugno 2008

1. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha^n \left[\cos\left(\frac{1}{2^n}\right) - \cos\left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{4^n}\right) \right]$$

al variare di α in \mathbf{R} .

2. Discutere la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \begin{cases} \int_1^{x^n} \frac{\ln(1 + (x^n t)^2)}{t} dt & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

3. Determinare estremo superiore e inferiore della funzione

$$f(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 2y^3$$

sull'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$.

4. Provare che il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + (y')^2 - 2y' + 1 = e^{x-y} \\ y(0) = 0, y'(0) = -2 \end{cases}$$

ha unica soluzione. Determinarne l'intervallo massimale di esistenza.