

Studiare quindi separatamente la restrizione di  $f$  a  $\Sigma_1 = \{(x,y) : x \in (2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}), xy=1\}$   
 $\Sigma_2 = \{(x,y) : x \in (2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}), (x-4)(y-4)=1\}$ . (8)

Adesso:

$$(y,x) \neq c. xy=1 \Rightarrow x,y \neq 0$$

$$\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda (y,x) \\ xy=1 \quad x \in (2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}) \end{cases} \stackrel{\downarrow}{\Leftrightarrow} \Sigma$$

$$\begin{cases} 2 \frac{(x-2)}{y} = \lambda (1 + (x-2)^2 + (y-2)^2) \\ 2 \frac{(y-2)}{x} = \lambda (1 + (x-2)^2 + (y-2)^2) \\ xy=1 \quad x \in \Sigma \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = y^2 - 2y \\ xy=1 \quad x \in \Sigma \end{cases} \stackrel{\text{somma e differenza}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (x-1)^2 = (y-1)^2 \Leftrightarrow |x-1| = |y-1| \\ xy=1 \quad x \in \Sigma \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = \frac{|1-x|}{|x|} \Leftrightarrow |x|=1 \\ xy=1 \quad x \in \Sigma \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1$$

Analogamente

$$\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda (y-4, x-4) \\ (x-4)(y-4)=1 \quad x \in \Sigma \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x-2)(x-4) = (y-2)(y-4) \Leftrightarrow |x-3| = |y-3| \\ (x-4)(y-4)=1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} |x-4|=1 \\ (x-4)(y-4)=1 \quad x \in \Sigma \end{cases} \Leftrightarrow x=y=3$$

Calcolando si ha

$$f((1,1)) = f((3,3)) = \ln 3$$