

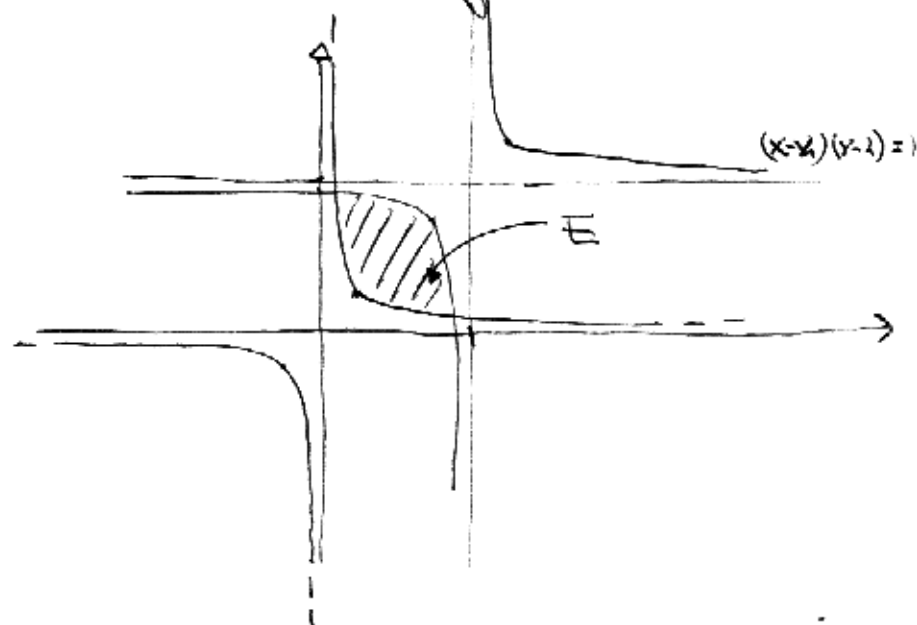
ESERCIZIO 4: Si dimo

(7)

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 1, (x-4)(y-4) \geq 1, x \in [0, 4], y \in [0, 4]\}$$

$$f(x, y) = \ln(1 + (x-2)^2 + (y-2)^2).$$

Poiché E è compatto e $f \in C^0(\mathbb{R}^2)$, esistono il massimo ed il minimo di f su E .



1° MODO: Cerchiamo i punti di estremo relativi interni:

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{2(x-2)}{1+(x-2)^2+(y-2)^2}, \frac{2(y-2)}{1+(x-2)^2+(y-2)^2} \right) = \underline{0}$$

$$\Leftrightarrow (x, y) = (2, 2).$$

Il punto $(2, 2)$ è di minimo assoluto essendo $f(x, y) \geq 0 = f(2, 2)$.

Cerchiamo gli estremi di f vincolati a ∂E tenendo conto che i punti $(2+\sqrt{3}, \frac{1}{2+\sqrt{3}})$, $(2-\sqrt{3}, \frac{1}{2-\sqrt{3}})$ di intersezione di $xy=1$ con $(x-4)(y-4)=1$ sono singolari per il vincolo.