

CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Parziale

14 novembre 2007

1. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \left(\cos \frac{1}{n} \right)^{n^\alpha \ln n}.$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ data da

$$f_n(x) = \frac{x^2 + n^2}{nx} \sin \left(\frac{nx}{x^2 + n^2} \right).$$

3. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x} \ln (1 + (xy)^2) - y^2 & \text{se } x \neq 0 \\ -y^2 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinarne estremo inferiore e superiore ed eventuali massimi e minimi relativi/assoluti.

4. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : xy \geq 1, (x - 4)(y - 4) \geq 1, x \in [0, 4], y \in [0, 4]\}$. Determinare i punti di E di estremo assoluto per la funzione

$$f(x, y) = \ln (1 + (x - 2)^2 + (y - 2)^2).$$