

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Scritta

12 dicembre 2007

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+1)^{\alpha} - n^{\alpha}}{e^{\sqrt{\log n}}},$$

al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$.

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{n^2 + (nx+1)^2} - n\sqrt{1+x^2}.$$

3. Siano

$$f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{[x^2 + y^2]^{3/2}}, \quad (x, y) \neq (0, 0),$$

e

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + (y-2)^2 \leq 1\}.$$

Calcolare $\max_D f$ e $\min_D f$.

4. Provare che il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x^3 e^{x^4} (x^2 + y^2) - x}{y} \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

ammette soluzione unica definita su tutto \mathbf{R} .