

CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Parziale

5 dicembre 2007

1. Studiare la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 0} \frac{1}{1 + (1 - n^2 x^2)^2}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n \geq 2} \frac{n}{n^2 - 1} (\sin x)^n.$$

Inoltre, determinarne la somma nelle regioni di convergenza puntuale.

3. Determinare la famiglia delle soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y = \sin x \cos x + \frac{1}{\sin x}, \quad x \in (0, \pi).$$

4. Provare che il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y = xy' + \ln \left| \frac{y' + 1}{y' - 1} \right| \\ y(-1) = 0, \end{cases}$$

ammette esattamente tre soluzioni definite in $(-2, 0)$.