

dato per  $t \in [0, 1]$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , da cui il flusso cercato è:

$$\int_{S_1 \cup S_2} \vec{F} \cdot \vec{\nu} dV = \int_{\{x^2+y^2 \leq 1, z=0\}} \vec{F}(x,y,0) \cdot (0,0,1) dx dy +$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \left\{ -2t \cos \theta (t^2 + 2t(1-t) \sin \theta + 5(1-t)^2) + \right.$$

$$\left. -2t \sin \theta (5(1-t)^2 + 2t(1-t) \sin \theta - t^2 \cos(2\theta)) + \right.$$

$$\left. t(5-1)(3(1-t)^2 - 2t(1-t) \sin \theta + t^2 \cos(2\theta)) \right\} dt d\theta$$

d'altra parte per simmetria:

$$\iint_{\{x^2+y^2 \leq 1\}} (x^2 - y^2) dx dy = 0$$

e per le proprietà di  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  il secondo integrale si riduce a:

$$\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \left\{ -6t^2(1-t) \sin^2 \theta - 3t(1-t)^2 \right\} dt = \dots = -\pi$$

2° modo: usando il thm Divergente si ha

$$\text{flusso} = - \int_{S_1 \cup S_2} \vec{F} \cdot \vec{\nu}_{\text{ext}} dV = - \iiint_S \text{div} \vec{F} dx dy dz$$

$$= - 4 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dt \int_0^1 (5t \cos \theta + 3(1-t) + 5t \sin \theta) 5t^2 dt$$

$$|S \cap \{z=0\}| = 25t^2$$

$$= - 4 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dt \int_0^1 3t^2(1-t) 5 dt = \dots = -\pi$$