Poiché $\lim_{\|(x,y)\|\to+\infty} \dfrac{\omega_1(x,y)}{\frac{y}{x^2+y^2}} = 1$, dalla definizione di limite segue: $\forall \varepsilon>0\ \exists R_1>0$ t.c.

$$x^2+y^2 \geq R_1^2 \implies \left| \frac{\omega_1(x,y)}{-\frac{y}{x^2+y^2}} - 1 \right| \leq \varepsilon,$$

da cui se $R \geq R_0 \vee R_1$

$$\left| \int_{\partial^+ C_R} \left(\omega_1(x,y) + \frac{y}{x^2+y^2} \right) dx \right| \leq$$

$$\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2\theta \left| \frac{\omega_1(R\cos\theta, R\operatorname{sen}\theta)}{-\frac{\operatorname{sen}\theta}{R}} - 1 \right| d\theta \leq 2\pi\varepsilon$$

Analogamente si ottiene per $R \geq R_0 \vee R_2$

$$\left| \int_{\partial^+ C_R} \left(\omega_2(x,y) - \frac{x}{x^2+y^2} \right) dy \right| \leq 2\pi\varepsilon$$

Quindi, per ogni $\varepsilon>0$ si ottiene

$$\left| \int_\gamma \omega - 2\pi \right| \leq 4\pi\varepsilon$$

da cui

$$\int_\gamma \omega = 2\pi.$$