CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

16 luglio 2007

1. Provare che la funzione

$$f(x,y,z) = \frac{\sin^2(xyz)}{\exp(x^2+4y^2+8z^2)-1}$$

può essere estesa con continuità in $(0,0,0)$. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

2. Integrare la forma differenziale $\omega : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to (\mathbf{R}^2)^*$ data da

$$\omega(x,y) = \frac{x-2y}{x^2+4y^2}dx + \frac{4y+2x}{x^2+4y^2}dy$$

su $\partial^+ D$ con

$$D = \Big\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \ 4 \le x^2+y^2 \le 9\Big\}$$

3. Determinare il volume dei due solidi ottenuti ruotando la figura piana

$$\{(x,y,z) \in \mathbf{R} \times [0,2\pi] \times \mathbf{R} : \ x=0, \ 0 \le z \le 1-\cos y\},$$

intorno l'asse y e intorno l'asse z, rispettivamente.

4. Sia Σ il tronco del cono di vertice $V=(0,1,4)$ e direttrice la curva semplice chiusa di equazioni cartesiane $x^2+y^2=1$ e $z=0$, interno alla sfera $x^2+y^2+z^2=1$.

Calcolare

$$\iint_\Sigma \frac{9-y-2z}{(4-z)\sqrt{(4-z)^2+(y-1)^2}}d\sigma.$$