CORSO di LAUREA in FISICA

ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

15 febbraio 2008

1. Determinare i punti dell'insieme $\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2+y^2<3\}$ per cui la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x\cos y - x)}{y\sin(x^2)} & xy \neq 0 \\ 0 & xy = 0 \end{cases}$$

risulta continua. Studiarne quindi la differenziabilità in tali punti.

2. Siano $\alpha > 0$ e $\omega : \mathbf{R}^2 \to (\mathbf{R}^2)^*$ la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \frac{2\alpha y^{1+\alpha}\sin x\cos x}{\alpha + y^2\sin^2 x}\,dx + \frac{\alpha + ((1+\alpha)y + y^2)\sin^2 x}{\alpha + y^2\sin^2 x}\,dy.$$

Determinare gli α per cui la forma risulta chiusa.

Per tali valori calcolare l'integrale di ω lungo l'arco di circonferenza passante per i punti $(-2,-2)$, $(0,3)$, $(2,0)$ che sta nel primo quadrante e orientato in senso orario.

3. Sia E la regione di spazio interna al cono di vertice l'origine e direttrice la curva di sostegno la circonferenza $(x-2)^2+y^2=4$, $z=2$ e compresa fra i piani $x+z=1$, $x+z=2$. Calcolare

$$\int_E \frac{x+z}{z^3}\,dx\,dy\,dz.$$

4. Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(xyz + z^5, x^2y, \ln(1+z)\right)$$

uscente dalla superficie regolare a tratti Σ di sostegno il bordo dell'insieme

$$E = \{(x,y,x) \in \mathbf{R}^3 : x^2+y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq 4\}.$$