

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A**

Prova Scritta

12 aprile 2007

1. Trovare i valori del parametro $\alpha > 0$ per i quali la funzione

$$f(x, y) = \frac{x \tan y \cos x - y \tan x \cos y}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

ammette limite finito in $(0, 0)$.

2. Al variare del parametro $n \in \mathbf{N}$ calcolare

$$\int_{\partial D} \omega_n$$

dove $\omega_n : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow (\mathbf{R}^2)^*$ è data da

$$\omega_n(x, y) = \left(2x \ln(x^{2n} + y^{2n}) + \frac{2nx^{2n+1}}{x^{2n} + y^{2n}} \right) dx + \frac{2nx^2 y^{2n-1}}{x^{2n} + y^{2n}} dy$$

e

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 4x^2 + (y - 1)^2 \leq 1 \right\}.$$

3. Calcolare l'integrale

$$\iiint_D z \, dx dy dz,$$

dove

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z, x^2 + (y + 1)^2 + z^2 \leq 4 \right\}.$$

4. Provare che il bordo del solido

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : z \leq 2 - e^{x^2 + y^2} \right\}$$

è sostegno di una superficie regolare con bordo. Quindi, calcolare il flusso del rotore del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{y}{(zx)^2 + (zy)^2}; -\frac{x}{(zx)^2 + (zy)^2}; \frac{e^{xyz}}{x^2 + y^2 + z^2} \right)$$

attraverso la porzione di ∂D interna al paraboloide $z = e(x^2 + y^2) + 2(1 - e)$ e orientata secondo la normale esterna.