ESERCIZIO 3:

La regione di spazio interna al cilindro di direttrice $4x^2+y^2=4,\ z=0$ e generatrici parallele a $(1,0,1)$ si può descrivere nel seguente modo: $\rho\in[0,1],\ \theta\in[0,2\pi],\ t\in\mathbb{R}$

$$(x,y,z)=\underbrace{(\rho\cos\theta,\ 2\rho\,\mathrm{sen}\,\theta,\ 0)}_{\text{generico punto interno all'ellisse}}+t(1,0,1)$$

da cui: $(x,y,z)=(t+\rho\cos\theta,\ 2\rho\,\mathrm{sen}\,\theta,\ t)$

che in equazioni cartesiane dà

$$4(x-z)^2+y^2\leq 4$$

Analogamente la regione interna al cilindro di direttrice $4(x-4)^2+y^2\leq 4$ e generatrici parallele a $(-1,0,1)$ si descrive con

$$4(x+z-4)^2+y^2\leq 4$$

Sia D l'intersezione delle due regioni, D è simmetrica rispetto al piano $z=0$ e

$$D\cap\{z=\hat{z}_0\}=\begin{cases}\emptyset & z_0\in[0,1)\cup(3,+\infty)\\ \left\{(x,y,z):\ z=z_0,\ (x-z_0)^2+\dfrac{y^2}{4}\leq 1,\ (x+z_0-4)^2+\dfrac{y^2}{4}\leq 1\right\} & z_0\in[1,3]\end{cases}$$