

Si ha:

$$\partial(\Sigma_1 \cup \Sigma_2) = \{(x, y, z) : x=0, y^2+z^2=2, z \geq 0\} \cup \{(x, y, z) : x \geq 0, x^2+y^2=2, z=0\}$$

cioè è unione di due semicirconferenze.

Si noti che  $\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \wedge \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = (1, 0, 0)$  e che  $\nu_{\text{ext}}|_{\Sigma_1} = (-1, 0, 0)$ , e analogamente se  $D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 2, x \geq 0\}$ ,  $\Phi_2(x, y) = (x, y, 0)$  allora  $\Phi_2(D_2) = \Sigma_2$ ,  $\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \wedge \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} = (0, 0, 1)$  mentre  $\nu_{\text{ext}}|_{\Sigma_2} = (0, 0, -1)$ .

Quindi:

$$\int_{\Sigma_1} \text{rot } \vec{F} \cdot \nu_{\text{ext}} dV = \int_{\Phi_1(D_1) \cup \Phi_2(D_2)} \text{rot } \vec{F} \cdot \nu_{\text{ext}} dV = \int_{\partial D_1} \vec{F} \cdot \vec{E} dS + \int_{\partial D_2} \vec{F} \cdot \vec{E} dS = \int_{\partial D_1 \cap \{z > 0\}} \vec{F} \cdot \vec{E} + \int_{\partial D_2 \cap \{x > 0\}} \vec{F} \cdot \vec{E}$$

il segmento orizzontale  
non contribuisce perché  
percorso in entrambi i sensi

Infine, le parametrizzazioni:

$$\gamma_1 : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2 : \gamma_1(\tilde{\theta}) = (0, \sqrt{2} \cos \tilde{\theta}, \sqrt{2} \sin \tilde{\theta})$$

$$\gamma_2 : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2 : \gamma_2(\theta) = (\sqrt{2} \cos \theta, \sqrt{2} \sin \theta, 0)$$

orientando positivamente  $\partial D_1 \cap \{z > 0\}$  e  $\partial D_2 \cap \{x > 0\}$ , rispettivamente.

Da cui:

$$I = \int_0^\pi (0, 2+2\cos^2 \tilde{\theta}, \cos \tilde{\theta} \sin \tilde{\theta}) \cdot (0, -\sqrt{2} \sin \tilde{\theta}, \sqrt{2} \cos \tilde{\theta}) d\tilde{\theta} + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (0, 4\sin^2 \theta, 0) \cdot (-\sqrt{2} \sin \theta, \sqrt{2} \cos \theta, 0) d\theta$$