

**ESERCIZIO 2:** Determinare  $f \in C^1(\mathbb{R})$  per cui (2)  
 $\omega(x, y) = (3x^2 + 2xy^2 + x^3y^5)dx + (3y^2 + 2x^2y + f(xy))dy$   
risulti esatta su  $\mathbb{R}^2$ .

Condizione necessaria e sufficiente è che  $\omega$  sia chiusa, da cui:

$$\frac{\partial \omega_1}{\partial y} = 4xy + 5x^3y^4 = \frac{\partial \omega_2}{\partial x} = 4xy + yf'(xy)$$

$$\Leftrightarrow 5x^3y^4 = f'(xy) \Leftrightarrow f'(t) = 5t^3 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow f(t) = \frac{5}{4}t^4 + c$$

Inoltre, integrando direttamente si trova che le primitive di  $\omega$  sono date da

$$g(x, y) = x^3 + x^2y^2 + y^3 + \frac{x^4}{4}y^5 + c$$