

ESERCIZIO 4

Il bordo dell'insieme

(4)

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x \geq 0, z \geq 0\}$$

è dato dall'unione di

$$\Sigma_1 = \{(x, y, z) : x = 0, y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0\}$$

$$\Sigma_2 = \{(x, y, z) : x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, z = 0\}$$

$$\Sigma_3 = \{(x, y, z) : x \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 = 2, z \geq 0\}$$

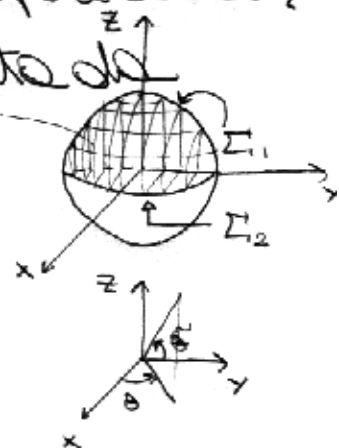
Σ_1, Σ_2 sono superfici regolari piane, e.g.

$$D_1 = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 : y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0\}, \Phi_1(y, z) = (0, y, z)$$

allora $\Sigma_1 = \Phi_1(D_1)$.

Σ_3 è una porzione di sfera, più precisamente se $\Phi : [-\pi, \pi] \times [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è data da

$$\Phi(\theta, \tilde{\theta}) = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \cos \tilde{\theta} \cos \theta \\ \sqrt{2} \cos \tilde{\theta} \sin \theta \\ \sqrt{2} \sin \tilde{\theta} \end{pmatrix}$$



allora $\Sigma_3 = \Phi([- \pi/2, \pi/2] \times [0, \pi])$.

Il calcolo del flusso del rotore del campo

$$\vec{F}(x, y, z) = (xyz, 2y^2 + z^2, zy/2)$$

può essere fatto direttamente come integrale di superficie una volta notato che $\Phi_{\theta} \wedge \Phi_{\tilde{\theta}}$ dà l'orientazione giusta.