

Altrimenti si può usare il Teorema di Stokes. Infatti Σ_3 è sostegno di una superficie regolare con bordo, ad esempio si prende l'inversa della proiezione dal punto $(0, -2, 0)$ nel piano $z=2$ come parametrizzazione Ψ .

Allora se il dominio di base è $D: \Psi(D) = \Sigma_3$

$$\int_{\Psi(D)} \text{rot } \vec{F} \cdot \vec{\nu} = \int_{\partial D} \vec{F} \cdot \vec{t}$$

Un altro modo, che è quello che svilupperemo, è il seguente. Poiché $\vec{F} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ e ∂D è di classe C^1 a tratti, dal Teorema della Divergenza applicato a $\text{rot } \vec{F}$ si deduce che

$$\int_{\partial D} \text{rot } \vec{F} \cdot \vec{\nu}_{\text{ext}} dV = \int_D \overbrace{\text{div}(\text{rot } \vec{F})}^0 dx dy dz = 0.$$

Quindi:

$$I = \int_{\Sigma_3} \text{rot } \vec{F} \cdot \vec{\nu}_{\text{ext}} = - \int_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} \text{rot } \vec{F} \cdot \vec{\nu}_{\text{ext}} dV.$$

Quest'ultimo integrale può essere calcolato facilmente sia con calcoli espliciti (visto che Σ_1, Σ_2 sono pezzi di piano) che usando il Teorema di Stokes visto che $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ è unione di due superfici regolari con bordo.