

**CORSO di LAUREA in FISICA  
ANALISI MATEMATICA 2A**

*Prova Scritta*

2 luglio 2007

1. Trovare i valori  $\alpha \in \mathbf{R}$  per i quali la funzione

$$f(x, y) = \frac{(e^{\sqrt{|xy|}} - 1)^4}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

può essere estesa con continuità in  $(0, 0)$ . Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

2. Trovare una funzione  $f \in C^1(\mathbf{R})$  per cui la forma  $\omega : \mathbf{R}^2 \rightarrow (\mathbf{R}^2)^*$

$$\omega(x, y) = (3x^2 + 2xy^2 + x^3y^5)dx + (3y^2 + 2x^2y + f(xy))dy$$

risulta esatta sul suo dominio. Inoltre, determinarne le primitive.

3. Trovare i valori del parametro  $\alpha \in (0, +\infty)$  per i quali il solido  $S$  ottenuto ruotando la figura piana

$$\{(x, y, z) : x = 0, 0 \leq z \leq \alpha^2 - y^2\},$$

intorno l'asse  $z$  abbia baricentro in  $(0, 0, 1)$ .

4. Provare che il bordo dell'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x \geq 0, z \geq 0\}$$

è sostegno di una superficie regolare a tratti.

Quindi calcolare il flusso del rotore del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (xyz, z^2 + 2y^2, zy/2)$$

attraverso la porzione di  $\partial D$  che giace sulla sfera di centro l'origine e raggio  $\sqrt{2}$  orientata secondo la normale esterna.