

$$\boxed{\gamma_0 > 1} \Rightarrow \gamma_0(x) > 1 \quad \forall x \in I_{\gamma_0}$$

Dallo studio dei segni di f segue $\alpha_{\gamma_0} < 0, \beta_{\gamma_0} > 2$.

Proviamo che $\beta_{\gamma_0} = +\infty$:

$$\int_{\gamma(1)=\gamma_0}^{\gamma_0(x)} \frac{1}{2 \ln |\gamma|} d\gamma = \int_1^x (t^3 - 3t^2 + 2t) dt = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 - \frac{1}{4}$$

Poiché $\beta_{\gamma_0} > 2 \Rightarrow \exists \lim_{x \rightarrow \beta_{\gamma_0}^-} \gamma_0 = +\infty$ per il thm di Prolungamento, e quindi

$$+\infty = \int_{\gamma_0}^{+\infty} \frac{1}{2 \ln |\gamma|} d\gamma = \frac{\beta_{\gamma_0}^4}{4} - \beta_{\gamma_0}^3 + \beta_{\gamma_0}^2 - \frac{1}{4} < +\infty \quad \downarrow$$

Analogamente si prova $\alpha_{\gamma_0} = -\infty$.

I punti $x=0$ e $x=2$ sono minimi assoluti, $x=1$ è massimo relativo.

Poiché $|\gamma_0'| \xrightarrow{|x| \rightarrow +\infty} +\infty$, γ_0 non ha asintoti obli, qui a $\pm\infty$.

$$\boxed{\gamma_0 \in (0, 1)} \Rightarrow \gamma_0(x) \in (0, 1) \quad \forall x \in I_{\gamma_0}$$

Come sopra, si deduce $\alpha_{\gamma_0} < 0, \beta_{\gamma_0} > 2$.

Proviamo che $\beta_{\gamma_0} \in \mathbb{R}$, si può procedere o come sopra reparametrizzando le variabili e notando che se β_{γ_0} fosse $+\infty$ allora

$$\int_{\gamma_0}^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \gamma_0(x)} \frac{1}{2 \ln |\gamma|} d\gamma = +\infty$$

e ciò è impossibile essendo $\lim_{x \rightarrow +\infty} \gamma_0(x) \in [0, \gamma_0]$, o ~~anche~~ usando il thm dell'Asintoto e notando che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \gamma_0(x) \in [0, \gamma_0] \Rightarrow \exists \lim_{x \rightarrow +\infty} \gamma_0'(x) \neq 0$, ottenendo così di nuovo un assurdo.

Analogamente si prova $\alpha_{\gamma_0} \in \mathbb{R}$.