

**ESERCIZIO 4:**  $\begin{cases} y' = (x^3 - 3x^2 + 2x) \ln(y^2) = f(x, y) \\ y(1) = y_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \end{cases} \quad (4)$

$\text{Dom } f = \mathbb{R}^2 \setminus \{y=0\}$ ,  $f \in C^\infty(\text{Dom } f)$ , per il Tlm di Cauchy-Lipschitz e quello di Prolungamento esiste unica soluzione  $y_0(\cdot)$  non prolungabile, definita nell'intervallo massimale di esistenza  $I_{y_0} = (A_{y_0}, B_{y_0})$ .

Si ha  $f(x, y) \geq 0 \iff |y| \geq 1 \text{ e } x \in [0, 1] \cup [2, +\infty)$   
 $|y| \leq 1 \text{ e } x \in [1, 2]$

quindi  $y_1(x) \equiv 1$  e  $y_{-1}(x) \equiv -1$  sono soluzioni staz. e costanti.

Distinguiamo vari casi:

