

$$\boxed{\gamma_0 < -1} \Rightarrow \gamma_0(x) < -1 \quad \forall x \in I_{\gamma_0} \quad (5)$$

Separando come prima le variabili e integrando si ottiene che se fosse  $\beta_{\gamma_0} \in (1, 2]$  allora  $\lim_{x \rightarrow \beta_{\gamma_0}^-} \gamma_0(x) = -\infty$  e

$$-\infty = \int_{\gamma_0}^{\beta_{\gamma_0}} \frac{1}{2 \ln |r|} dr = \frac{\beta_{\gamma_0}^4}{4} - \beta_{\gamma_0}^3 + \beta_{\gamma_0}^2 - \frac{1}{4} \in \mathbb{R}$$

Analogamente si prova  $\alpha_{\gamma_0} < 0$ .

Per i segni di  $f$  ed il 2°m di Prolungamento allora  $\beta_{\gamma_0} = +\infty$ ,  $\alpha_{\gamma_0} = -\infty$ .

Inoltre, dal 2°m dell'Asintoto segue

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \gamma_0(x) = -1$$

I punti  $x=0, x=2$  sono minimi assoluti,  $x=1$  è massimo relativo.

$$\boxed{\gamma_0 \in (-1, 0)} \Rightarrow \gamma_0(x) \in (-1, 0) \quad \forall x \in I_{\gamma_0}$$

In questo caso la situazione è più complicata dei precedenti, proveremo che  $\exists z \in (-1, 0)$ :

$$\gamma_0 \in [z, 0) \Rightarrow \alpha_{\gamma_0}, \beta_{\gamma_0} \in \mathbb{R}$$

$$\gamma_0 \in (-1, z) \Rightarrow -\alpha_{\gamma_0} = \beta_{\gamma_0} = +\infty$$

Per prima cosa si noti che  $\beta_{\gamma_0}$  come funzione di  $\gamma_0 \in (-1, 0)$  è crescente.

Inoltre, dalla separazione delle variabili segue:

$$\int_{\gamma_0}^{\gamma_0(\beta)} \frac{1}{2 \ln |r|} dr = \frac{\beta_{\gamma_0}^4}{4} - \beta_{\gamma_0}^3 + \beta_{\gamma_0}^2$$