

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B**

Prova Scritta Parziale

11 novembre 2005

Svolgere al più quattro dei seguenti esercizi:

1. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ determinare il comportamento della serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \int_{\frac{1}{n^{\alpha+\ln n}}}^{\frac{1}{n^{\alpha}}} \frac{1 - \cos t}{t^3} dt.$$

2. Determinare il raggio di convergenza e calcolare la somma della serie di potenze

$$\sum_{n \geq 1} \left(n^2 - \frac{1}{n} \right) x^{2n}.$$

3. Trovare l'insieme di convergenza puntuale della serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 2} \frac{e^{-n^2/x^2}}{n \ln n},$$

con $x \neq 0$.

Inoltre, discuterne la convergenza uniforme sugli insiemi limitati di $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ e quella totale su $(2, +\infty)$.

4. Discutere la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \ln^2(1 + x^n) - \ln|x| \ln(1 + x^{n^2}).$$

5. Determinare massimi e minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = (y^2 - 1)(x^2 - 1)(x^2 + y^2 - 2).$$