

$$\sup_{\mathbb{I}} \vartheta_m = \frac{1}{m \ln m} \xrightarrow{m \rightarrow +\infty} 0$$

Proviamo che  $\nexists N \in \mathbb{N}$  allora:

$$\lim_{M \rightarrow +\infty} \sup_{\mathbb{I}} |S_M(x) - S_{N-1}(x)| = +\infty$$

Infatti se  $M \geq N$ :

$$S_M(x) - S_{N-1}(x) = \sum_{n=N}^M \frac{e^{-n^2/x^2}}{n \ln n} \quad \begin{matrix} \searrow \\ -n^2 \geq -M^2 \end{matrix}$$

$$e^{-M^2/x^2} \cdot \sum_{n=N}^M \frac{1}{n \ln n}$$

da cui:

$$\sup_{\mathbb{I}} |S_M(x) - S_{N-1}(x)| \geq \sum_{n=N}^M \frac{1}{n \ln n}$$

poiché la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$  è divergente si con-  
clude.