CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2B

Prova Scritta Parziale

9 dicembre 2005

1. Data l'O.D.E.

$$y^{(\mathrm{IV})} + y^{(\mathrm{III})} - y' - y = \sinh x$$

- determinare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata;
- determinarne una soluzione particolare.

2. Dato il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{\alpha x + y^2(x)} \\ \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

dove $\alpha \in \mathbf{R}$ è un parametro,

- determinare i valori di α per cui è possibile applicare il teorema di esistenza e unicità locale;
- trovare $r > 0$ tale che per ogni valore α del punto precedente la soluzione del problema esista su $(1 - r, 1 + r)$. (Giustificare la risposta)

3. Determinare l'integrale generale dell'O.D.E.

$$y = xy' + (1 + y') \ln |1 + y'|.$$

Inoltre, provare che il problema di Cauchy con condizione iniziale $y(-1) = y_o$ ammette unica soluzione locale se e solo se $y_o \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

4. Descrivere l'andamento qualitativo delle soluzioni del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - (x^2 + 2\pi)^2)(\cos^2 y - 4 \cos y + 3) \\ \\ y(0) = y_o \qquad (y_o \in \mathbf{R}). \end{cases}$$