

quindi:

$$\lim_{t \rightarrow 1} g(t) = 0$$

(3)

per i limiti notevoli: $\lim_{s \rightarrow 0} s \ln s = 0$, $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\ln(1+s)}{s} = 1$.

$x_0 y_0 = 0$ Distinguiamo due sottocasi

(i) $x_0 = y_0 = 0$: si nota che nell'origine valgono i seguenti limiti

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} \ln|xy| = -\infty, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \sqrt{x^2+y^2} = 0, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \ln|1-xy| = 0$$

si ha quindi una forma indeterminata nel calcolo del limite di f .

D'altra parte, poiché $\frac{\ln|1-xy|}{xy} \xrightarrow{(x,y) \rightarrow 0} 1$, si ha

$$|f(xy)| = \left| \ln|xy| \right| \frac{|\ln|1-xy||}{|xy|} \frac{|xy|}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\leq \frac{1}{2} \sqrt{x^2+y^2} |\ln|xy||$$

e quindi $\lim_{(x,y) \rightarrow 0} |f(xy)| = 0$.

(ii) $x_0 y_0 = 0$, $x_0^2 + y_0^2 \neq 0$ in questo caso il denominatore ha un limite $\neq 0$, quindi non contribuisce nel calcolo del limite di f .

Come nel caso $x_0 y_0 = 1$, si ha che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} \ln|xy| \ln|1-xy| \text{ esiste ed è uguale a}$$

$\lim_{t \rightarrow 0} g(t)$ esiste ed in tal caso i valori sono uguali.

Usando i limiti notevoli: $\lim_{s \rightarrow 0} s \ln s = 0$, $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{\ln(1+s)}{s} = 1$