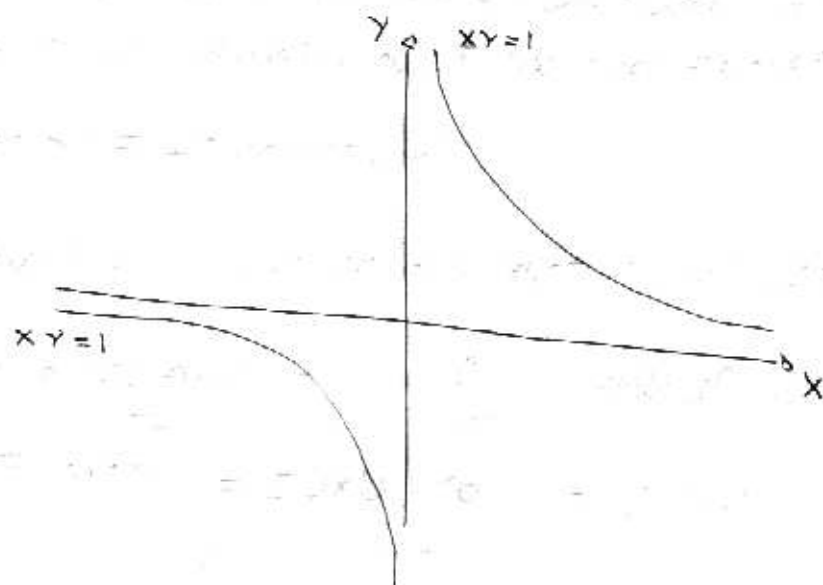


ESERCIZIO 3: Sia

$$f(x,y) = \frac{\ln|xy| \ln|1-xy|}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

allora $\text{Dom } f = \mathbb{R}^2 \setminus \{xy=0, xy=1\}$.



Proviamo che se $(x_0, y_0) \notin \text{Dom } f$ non ha:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x,y) = 0$$

Distinguiamo vari casi:

$xy_0 = 1$ In questo caso il denominatore converge ad un valore $\neq 0$, quindi per il calcolo del limite basta studiare il comportamento del numeratore.

Se $g(t) = \ln|t| \ln|1-t|$, allora

$$\ln|xy| \ln|1-xy| = g(x,y)$$

e $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} (\ln|xy| \ln|1-xy|)$ esiste se e solo se esiste

$\lim_{t \rightarrow 1} g(t)$, in tal caso il valore è lo stesso.

Si noti che: $g(t) = \ln(1+t-1) \ln|1-t| =$

$$= \frac{\ln(1+t-1)}{t-1} (t-1) \ln|1-t|$$