

**CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A**

Prova Scritta

20 Luglio 2005

1. Provare che la funzione

$$f(x, y) = 2e^{\frac{|x|^{3/2}|y|^{5/2}}{x^2+y^2}} - \frac{|x|^3|y|^5}{(x^2 + y^2)^2}$$

può essere estesa con continuità nell'origine. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

2. Verificare che per ogni $n \in \mathbf{N}$ la forma

$$\omega(x, y) = \frac{x^{n-2}y^{n-1}}{x^{2n-2} + y^{2n}}((n-1)ydx - nxdy)$$

risulta esatta sul suo dominio. Determinarne le primitive.

3. Determinare l'area della superficie semplice di equazione cartesiana

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = x^2 - y^2.$$

4. Siano $m \in \mathbf{N}$ e $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ il campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{m/2}}{m+3}(x, y, z).$$

Calcolare

$$\iiint_{B_3(0)} \operatorname{div} \mathbf{F} dx dy dz,$$

dove $B_3(0)$ è la palla di centro l'origine e raggio 3.