

Quindi:

$$A(\Sigma) = \iint_{\varphi([-1,1] \times [0, 2\pi])} dV = \int_{-1}^1 dt \int_0^{2\pi} \sqrt{1+t^2} dz = 2\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1+t^2} dt$$

$$= 4\pi \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\ln(1+\sqrt{2})}{2} \right]$$

Per gravi motivi di simmetria il baricentro è il punto $(0, 0, \pi)$.

Questo si può verificare analiticamente:

$$\bar{x} = \frac{1}{A(\Sigma)} \iint_{\varphi([-1,1] \times [0, 2\pi])} x dV = \frac{1}{A(\Sigma)} \int_{-1}^1 dt \int_0^{2\pi} (\cos z - t \sin z) \sqrt{1+t^2} dz$$

$$= \frac{1}{A(\Sigma)} \int_{-1}^1 \sqrt{1+t^2} \underbrace{\int_0^{2\pi} (\cos z - t \sin z) dz}_{=0} dt = 0$$

e analogamente $\bar{y} = 0$.

Infine:

$$\bar{z} = \frac{1}{A(\Sigma)} \int_{-1}^1 dt \int_0^{2\pi} z \sqrt{1+t^2} dz = \frac{1}{A(\Sigma)} 2\pi^2 \int_{-1}^1 \sqrt{1+t^2} dt$$

$$= \pi$$