

$$= \begin{cases} \frac{(x-x_0)}{x_0} \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x} \right) & y=0 \\ \frac{1}{x} - \frac{y}{2x^2} + o\left(\frac{y}{x^2}\right) - \frac{1}{x_0} + \frac{x-x_0}{x_0^2} + \frac{y}{2x_0^2} & y \neq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} o(\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2}) & y=0 \\ \frac{(x-x_0)}{x_0} \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{1}{x_0^2} - \frac{1}{x^2} \right) + o\left(\frac{y}{x^2}\right) & y \neq 0 \end{cases}$$

$$= o(\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2})$$

Infatti $o\left(\frac{y}{x^2}\right) = o(\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2})$ come segue da

$$\frac{o\left(\frac{y}{x^2}\right)}{\sqrt{(x-x_0)^2 + y^2}} = \frac{o\left(\frac{y}{x^2}\right)}{\frac{y}{x^2}} \cdot \frac{y}{x^2 \sqrt{(x-x_0)^2 + y^2}}$$

essendo il secondo fattore limitato in un intorno di $x_0 > 0$:

$$\left| \frac{y}{x^2 \sqrt{(x-x_0)^2 + y^2}} \right| \leq \frac{1}{x^2}$$