# CORSO di LAUREA in FISICA
# ANALISI MATEMATICA 2A

**Prova Scritta**

20 Giugno 2005

**1.** Provare che la funzione

$$f(x,y) = \frac{\ln(x+y) - \ln x}{y}$$

può essere estesa con continuità nei punti della semiretta $\{(x,0) \in \mathbf{R}^2 : x > 0\}$. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

**2.** Sia

$$\omega(x,y,z) = \frac{x-y-z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dx + \frac{y-x-z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dy + \frac{z-x-y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dz.$$

Calcolare l'integrale di $\omega$ sull'unione delle curve intersezione del cono $z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$ e del toro $(\sqrt{x^2+y^2} - 2)^2 + z^2 = 1$, orientate in senso antiorario come visto da un osservatore posto nell'origine.

**3.** Sia $s$ il segmento di estremi $(1,-1,0)$ e $(1,1,0)$. Per ogni $z_o \in [0, 2\pi]$ sia $s_{z_o}$ il segmento ottenuto ruotando $s$ attorno l'asse $z$ dell'angolo $z_o$ e quindi traslandolo sul piano $z = z_o$ lungo il vettore $\mathbf{e}_3$.

Provare che l'unione di tali segmenti, i.e. l'insieme $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : (x,y,z) \in s_z,\ z \in [0,2\pi]\}$, è il sostegno di una superficie regolare. Determinarne l'area e le coordinate del baricentro.

**4.** Determinare il volume della regione di spazio interna ai cilindri di equazioni

$$\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1, \qquad \frac{x^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 1.$$