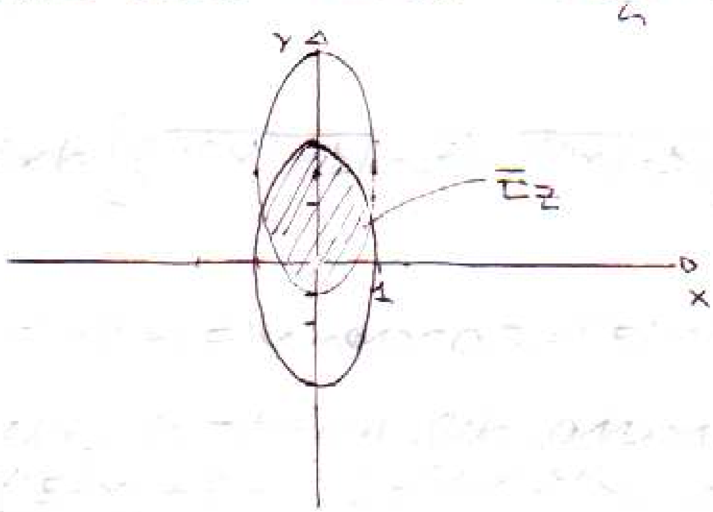
ESERCIZIO 4: L'eq.ne cartesiana di C_1 è data da

$$x^2+\frac{y^2}{4}=1,$$

mentre quella di C_2 da: $x^2+\frac{(y-z)^2}{4}=1$, dato che la sua intersezione con il piano // al piano xy di quota z è un'ellisse ottenuta dalla direttrice traslandola di $z\vec{v}_2^{\,0}$.

Quindi, fissato z, $E_z=\{(x\,y) : (x\,y\,z)\in E\}$ è la regione interna alle ellissi $x^2+\frac{y^2}{4}=1$, $x^2+\frac{(y-z)^2}{4}=1$



Quindi, usando le formule di riduzione si ha:

$$\mathrm{Vol}(E)=2\int_0^{z_0}\mathrm{Area}(E_z)\,dz$$

e quindi per concludere serve calcolare $\mathrm{Area}(E_z)$ e determinare la massima quota z per cui i due cilindri si intersecano.

Per calcolare $\mathrm{Area}(E_z)$ conviene prima fare un cambiamento di coordinate in modo da trasformare l'ellisse direttrice in una circonferenza:

$$\begin{cases} x = x' \\ y = 2y' \\ z = z' \end{cases} \Rightarrow \quad x^2+\frac{y^2}{4}=1 \iff (x')^2+(y')^2=1$$