Se $(x_0 y_0) \in \mathrm{Dom} f$ allora f è C^1 in $(x_0 y_0)$ perché composizione di funzioni di classe C^1, quindi per il Teorema del Differenziale Totale risulta essere differenziabile in $(x_0 y_0)$.

Se poi $(x_0 y_0)$ t.c. $x_0 + y_0 = 0$ la funzione estesa con continuità non risulta differenziabile se $(x_0 y_0) \neq (00)$.
In tal caso infatti f non è derivabile rispetto y: se $y \neq y_0$

$$f_y(x_0 y) = \frac{x_0^2}{(x_0^3+y^3)^2}\left[(x_0^3+y^3)\left(\ln|x_0+y-1| + \frac{y}{x_0+y-1}\right) + \right.$$
$$\left. - 3y^3 \ln|x_0+y-1|\right]$$

$$= \frac{x_0^2}{(x_0^3+y^3)^2}\left[(x_0^3 - 2y^3)\ln|x_0+y-1| + \frac{y(x_0^3+y^3)}{x_0+y-1}\right]$$

l'espressione fra parentesi quadre ha limite per $y \to y_0$ dato da: $y_0(x_0^2 - x_0 y_0 + y_0^2) \neq 0$ se $y_0 \neq 0$ e quindi:

$$\lim_{y \to y_0} f_y(x_0 y) = +\infty \ \mathrm{sgn}\, y_0$$

Se invece $(x_0 y_0) = (00)$ f è parzialmente derivabile con $f_x(00) = f_y(00) = 0$, quindi f è differenziabile se

$$\lim_{(xy)\to(00)} \frac{f(xy) - \overset{0}{\cancel{f(00)}}}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$$

D'altra parte:

$$\frac{f(x,mx)}{\sqrt{x^2+m^2x^2}} = \frac{m\cancel{x^3}}{\sqrt{x^2(1+m^2)}}\,\frac{\ln|x+mx-1|}{\cancel{x^3}(1+m^3)} = \frac{m}{1+m^3}\,\frac{\ln|x(1+m)-1|}{\sqrt{1+m^2}\,|x|}$$

e quindi f non è differenziabile neanche in (00).