$\boxed{\text{ESERCIZIO 2}}$ Sia $f(x,y) = \dfrac{x^2 y}{x^3+y^3} \ln|x+y-1|$

Si ha $\mathrm{Dom} f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) : x+y=0 \text{ o } x+y=1\}$, ricordando che

$$x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$$

con $x^2-xy+y^2 \gneq 0 \ \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$ si ottiene dal limite notevole $\lim_{t\to 0} \dfrac{\ln(1+t)}{t} = 1$ che se (x_0,y_0) è t.c. $x_0+y_0=0$ allora

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y) = -\frac{x_0^2 y_0}{x_0^2 - x_0 y_0 + y_0^2}$$

essendo la funzione $(x,y) \longrightarrow \dfrac{x^2 y}{x^2-xy+y^2}$ continua su tutto $\mathbb{R}^2$.

Nei punti (x_0,y_0) t.c. $x_0+y_0=1$ e $x_0 y_0 \neq 0$ si ha allora con lo stesso ragionamento

$$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y) = -\infty \cdot \mathrm{sgn}\left(\frac{x_0^2 y_0}{x_0^2 - x_0 y_0 + y_0^2}\right) \qquad (*)$$

Se poi $x_0 y_0 = 0$ e $x_0+y_0=1$, cioè $(x_0,y_0) \in \{(0,1);(1,0)\}$ f non può essere estesa con continuità in (x_0,y_0) dato che non è limitata in alcun intorno di tale punto per $(*)$.