CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

12 Aprile 2005

1. Siano $m, n \in \mathbf{N}$ e

$$\omega(x,y) = \left(nx^{n-1}y^{2n} - 2n\frac{y^{5n}}{x^{2n+1}} \right) dx + \left(2mx^m y^{2m-1} + 5m\frac{y^{5m-1}}{x^{2m}} \right) dy$$

Determinare i valori dei parametri per i quali ω risulta esatta sul suo dominio. Dare una formula per le primitive.

2. Sia

$$f(x,y) = \frac{x^2 y}{x^3 + y^3} \ln|x + y - 1|,$$

determinare i punti di accumulazione del dominio di f in cui la funzione può essere estesa con continuità. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

3. Sia γ la curva intersezione della sfera $x^2+y^2+z^2=4$ e dell'ellissoide $16x^2+4y^2+z^2=16$ contenuta nel semispazio $z \geq 0$, orientata in senso orario come visto da un osservatore posto nell'origine.

Calcolare la circuitazione del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (zx^2y - y^4, zy^2x, 0)$ lungo γ.

4. Calcolare il volume della regione di spazio E interna ai cilindri di direttrice l'ellisse di equazioni cartesiane $4x^2+y^2=4$, $z=0$ e assi le rette di direzione $\mathbf{v}_1 = (0,0,1)$, $\mathbf{v}_2 = (0,1,1)$, rispettivamente.