CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A e 2B

Prova Scritta

11 gennaio 2006

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi:

1. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni

$$f_n(x) = \int_{2\arctan(x^n)}^{2\arctan(x^{n+1})} \frac{t}{\sin t} dt$$

se $x \neq 0$ e $f_n(0) = 0$.

2. Determinare massimi e minimi relativi, estremo superiore ed inferiore della funzione

$$f(x, y) = (x^4 + y^4 - 2(x - y)^2)^2 \sqrt{|1 - x^4 - y^4 + 2(x - y)^2|}.$$

3. Determinare la famiglia delle soluzioni dell'equazione differenziale

$$xy'(x) = \sin\left(\frac{y(x)}{x}\right) + y(x).$$

4. Tracciare il grafico qualitativo delle soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \log[(1 - y^2(x))^2].$$

Svolgere almeno uno dei seguenti esercizi:

5. Determinare i punti di accumulazione del dominio della funzione

$$f(x, y) = e^{-x^4/y^2}$$

in cui può essere estesa con continuità. Studiare quindi la differenziabilità della funzione estesa.

6. Verificare che l'applicazione

$$\Phi(\xi, \theta) = (\sinh \xi \cos \theta, \sinh \xi \sin \theta)$$

determina un cambiamento ammissibile di coordinate tra

$$U = \{(\xi, \theta) \in \mathbf{R}^2 : \xi \geq 0,\ \theta \in [0, 2\pi]\}$$

ed $\mathbf{R}^2$. Mediante tale trasformazione si calcolino le coordinate del baricentro della regione del piano $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ 2x \leq y \leq 4x\}$.