CORSO di LAUREA in FISICA
ANALISI MATEMATICA 2A

Prova Scritta

6 Settembre 2005

1. Determinare i valori di $k \in \mathbf{N}$ per i quali la funzione

$$f_k(x, y) = e^{\ln^k |xy|}$$

può essere estesa ad una funzione di classe $C^1(\mathbf{R}^2)$.

2. Determinare il volume della regione di spazio

$$E = \left\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1,\ z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\right\}.$$

3. Siano $l, r > 0$ e $[0, l] \ni t \to \gamma(t) = (\alpha(t), \beta(t), 0)$ una curva regolare parametrizzata per lunghezza d'arco.

Per r sufficientemente piccolo l'applicazione $\varphi :\in [0, l] \times [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$ data da

$$\varphi(t, \theta) = (\alpha(t) - r\beta'(t) \cos\theta, \beta(t) + r\alpha'(t) \cos\theta, r \sin\theta),$$

è una superficie regolare. Se ne determini il versore normale e se ne calcoli l'area nei casi:

(a) $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ con $t \in [0, 2\pi]$ ed $r < 1$;

(b) $\gamma(t) = (t/\sqrt{2}, t/\sqrt{2}, 0)$ con $t \in [0, 1]$.

4. Calcolare il flusso del rotore del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - y, -yz^2, -y^2z)$$

attraverso la semisfera di raggio 1 e centro l'origine che sta nel semispazio $z \leq 0$.